



Universidade Anhanguera

Curso: Engenharias

Disciplina: Cálculo III

Campus: Campo Limpo

Profª Ms. Regina Tháise Bento

Lista 5 - Integrais Impróprias

Dica: Vocês também podem resolver os exercícios do PLT. O capítulo se inicia na página 270.

1- Determine os resultados das seguintes integrais impróprias:

1. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$

2. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$

3. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

4. $\int_0^{\infty} \cos(x) dx$

5. $\int_1^{\infty} x e^{-x^2} dx$

2- Determine se a integral abaixo converge ou diverge. No caso de convergência, ache seu valor.

(a) $\int_5^{\infty} \frac{dx}{x^3}$

(c) $\int_e^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

(e) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$

(b) $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^{x^3}} dx$

(d) $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}$

(f) $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{(1+x^2)^2}$

- 3- Atribua um valor à área **A** da região sob o gráfico de $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$, acima do eixo x e à direita de $x = 4$.
- 4- O sólido de revolução conhecido como *trombeta de Gabriel* é gerado fazendo-se a rotação em torno do eixo x da região sob o gráfico de $y = \frac{1}{x}$, com $x \geq 1$. Represente graficamente este sólido e mostre que tem um *volume finito* de π unidades cúbicas.

5- Para que valores de p a integral $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p}$ converge ?

6- Determine se a primeira integral converge ou diverge, *comparando* com a segunda:

(a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$ e $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4}$

(c) $\int_2^{\infty} \frac{1}{\ln x} dx$ e $\int_2^{\infty} \frac{1}{x} dx$

(b) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ e $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$

(d) $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx$ e $\int_1^{\infty} e^{-x} dx$

7- Justifique a afirmação: “A integral imprópria $\int_2^{\infty} \frac{\cos^4 5x}{x^3} dx$ converge.”

8- Há vários tipos de integrais impróprias, cujas idéias são essencialmente as mesmas descritas no caso definido acima. A forma de resolução é idêntica. Consulte o livro e tente resolver os seguintes problemas:

(a) $\int_{-\infty}^0 e^{-\frac{x}{2}} dx$

(c) $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$

(e) $\int_{-\infty}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}(x) dx$

(b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

(d) $\int_{-\infty}^2 \frac{dx}{x^2+4}$

(f) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(1-x)^3}$

Gabarito

2.

(a) 1/50

(c) ∞

(e) ∞

(b) 1/3

(d) ∞

(f) 1/4

3. $A = 1$ u.a.

4. $V = \pi$ u.v.

5. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{converge } p > 1 \\ \text{diverge } p \leq 1 \end{array} \right.$

6.

(a) Converge

(c) Diverge

(b) Diverge

(d) Converge

7.Dica: Tente comparar com alguma integral mais simples.

8.

(a) 2

(b) π

(c) ∞

(d) $3.\pi/8$

(e) Não há!

(f) $\frac{1}{2}$